TALLER N° 2 - DINÁMICA DE LA PARTÍCULA

1.

Se suelta una piedra desde la boca de un pozo. El sonido del impacto de la piedra con el fondo se oye $3\,s$ después de haberla dejado caer. Determinar la profundidad del pozo. Velocidad del sonido en el aire $= 340\ m/s$.

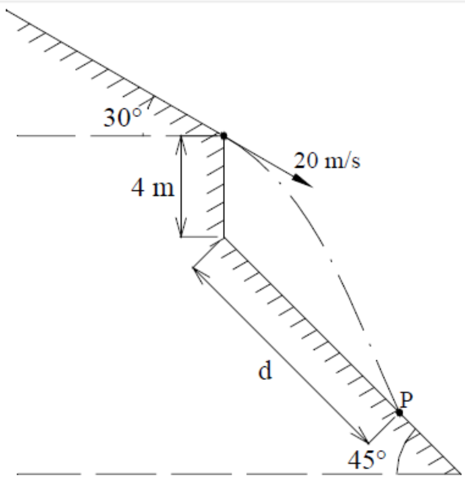
Chequeo: el descenso de la piedra es el 96% del tiempo total.

2.

Dos autos A y B se mueven en la misma dirección, en carriles paralelos, con velocidades v_A y v_B respectivamente. Cuando el auto A está a una distancia d detrás de B, el auto A aplica los frenos, causando una aceleración de frenado constante de magnitud a. Demuestre que para que A alcance a B es necesario que $v_A - v_B \geq (2\,a\,d)^{1/2}$.

Sugerencia: estudie el tiempo de encuentro.

3.



Un esquiador salta de una pendiente de 30º a $20\ m\ s^{-1}$ y cae sobre otra pendiente de 45º como se muestra en la figura. Determine:

a) la distancia d al punto P en que cae,

47 m

b) la magnitud de la velocidad con que cae al punto P y el ángulo que esa velocidad forma con la pendiente de 45º.

14°

4.

Se lanza desde el piso una bola con velocidad de 15 m/s y ángulo ϕ con la horizontal.

a) Calcule el máximo alcance horizontal. 22.96 m

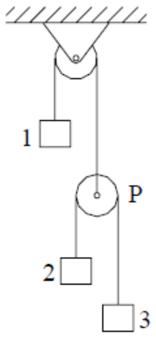
b) Si hay una pared vertical a 18 m del punto de lanzamiento, ¿con qué ángulo debe lanzarse la bola para golpear la pared lo más alto posible y cuánto vale esa altura? En el momento en que la bola golpea la pared, ¿está subiendo o bajando?

51.90º ; 4.42 m; baja

c) Si además de la pared vertical hay un techo horizontal a 4.5 m de altura sobre el piso, ¿cuál es ahora el punto más alto en el que puede golpearse la pared vertical con la bola y con qué ángulo debe ésta lanzarse?

38.76º ; 2.85 m

5.



Estudie las relaciones cinemáticas entre los movimientos de los bloques 1, 2, 3 y el centro P de la polea móvil.

Sugerencia: Un solo eje hacia abajo para las posiciones de los 4 móviles y recuerde que las dos cuerdas son inextensibles.

Chequeo: $2v_1 + v_2 + v_3 = 0$

6.

a) Muestre que el movimiento circular para una partícula donde experimenta una aceleración angular α constante y con condiciones iniciales $t = 0 \begin{Bmatrix} \theta(0) = \theta_0 \\ \omega(0) = \omega_0 \end{Bmatrix}$, la velocidad angular $\omega(t)$ y posición angular $\theta(t)$, se escriben como:

$$\theta(t) = \frac{\alpha t^2}{2} + \omega_0 t + \theta_0$$

$$\omega(t) = \alpha t + \omega_0$$

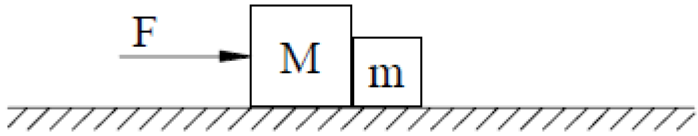
Muestre usando la regla de la cadena que:

$$\omega^2(\theta) = {\omega_0}^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

Sugerencia: Realizar el proceso de integración desarrollado en la sesión teórica para el caso de un movimiento en una dimensión.

b) Si a un punto de la llanta de una rueda de una bicicleta de radio R=40 cm, se le proporciona una velocidad de 10 m/s, y conociendo que la rueda para de girar a los 90 s, determine cuantas vueltas describió el punto de referencia donde se dio el empuje inicial y la desaceleración (asumida como constante) experimentada por la rueda debido a la fricción en el eje.

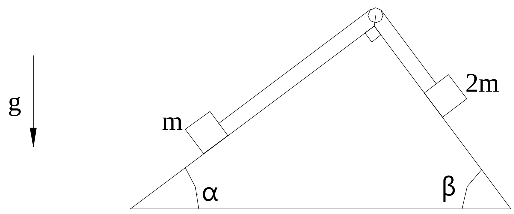
7.

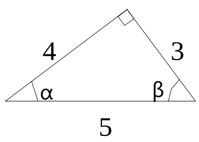


Dos bloques de masas M y m (M > m) reposan sobre una mesa horizontal lisa. Si se empuja con una fuerza horizontal F, hallar la aceleración y la fuerza de contacto entre los bloques. Si ahora la fuerza F se aplica sobre el bloque m y hacia la izquierda, ¿la fuerza de contacto entre los bloques será mayor o menor?

Mayor

8.





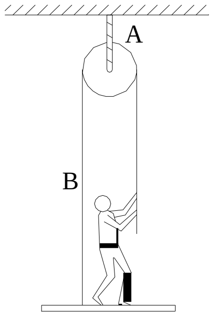
Bloques de masas m y 2m. Polea ideal. Planos inclinados lisos. Hallar las aceleraciones de los bloques y la tensión de la cuerda.

g/3, (14 / 15)mg

9. Desde la base de un plano inclinado 45º, se lanza hacia arriba un bloque con una cierta velocidad inicial. Sube hasta un punto y regresa al punto inicial. Si el tiempo de bajada es el doble del tiempo de subida, hallar el coeficiente dinámico de fricción entre el bloque y el plano.

$$\mu = \frac{3}{5}$$

10.



Un hombre de 70 kg se eleva a sí mismo, junto con la plataforma de 10 kg en la que está parado, mediante el arreglo de cuerda y polea ideales mostrado, con una aceleración de
$1\ \text{m s}^{-2}$.

Realice los diagramas de fuerzas de los siguientes sistemas: la polea, la plataforma (no tenga en cuenta los efectos de rotación que pueda tener), el hombre y el sistema conjunto hombre-plataforma.

Halle las tensiones en las cuerdas A y B y la fuerza de contacto entre el hombre y la plataforma.

$T_B = 432\ \text{N}$

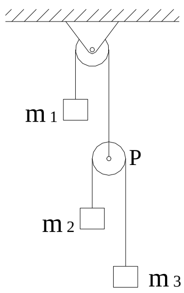
11. Una cuerda de 10 kg de masa está suspendida verticalmente de un gancho que resiste hasta 600 N sin romperse. ¿Cuál es la mínima aceleración con la que debe deslizarse un hombre de 60 kg por la cuerda para que el gancho no se rompa?

$a_{mín} = 1.43\ \text{m s}^{-2}$

12. A un pequeño bloque se le da una velocidad inicial v_O medida a lo largo del suelo de un ascensor que se mueve con una aceleración a hacia abajo. Debido al rozamiento, el bloque se mueve una distancia s_1, medida a lo largo del suelo del ascensor, y se detiene. Se repite el experimento con la misma velocidad inicial relativa al suelo, cuando el ascensor tiene una aceleración hacia arriba de igual valor a, y el bloque se desliza una distancia más corta s_2. Muestre que el valor de las aceleraciones del ascensor es:

$$a = g\frac{(s_1 - s_2)}{s_1 + s_2}.$$

13.



Poleas ideales.

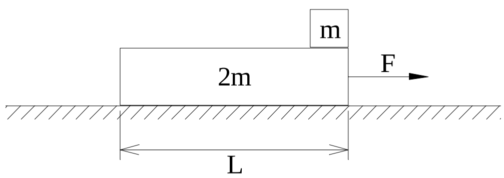
a) Plantear las condiciones de ligadura y las ecuaciones de movimiento para m_1, m_2, m_3 y P. ¿Es un problema con cuántas y cuáles incógnitas?

b) Si $m_1 = 4$, $m_2 = 1$, $m_3 = 2$ (unidades SI), calcular las aceleraciones respecto al marco inercial de esas tres masas en términos de g. Calcular además las aceleraciones relativas de m_2 y m_3 respecto a P (centro de la polea móvil). Chequeo: tienen que ser iguales en magnitud y de sentido contrario.

a_1=g/5
a_2=-3g/5
a_3=g/5

14. Un bloque de masa m está colocado encima de una plataforma de masa 2m, la cual puede deslizar sin fricción sobre un piso horizontal. El coeficiente de fricción, tanto estático

como dinámico, entre el bloque y la plataforma es $\frac{1}{3}$.



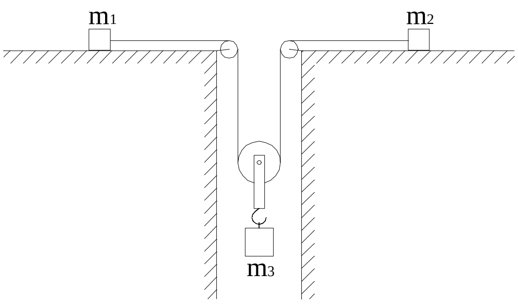
a) Hallar la máxima fuerza F que puede actuar sobre la plataforma para que el bloque no deslice respecto a ella.

b) Si la fuerza sobre la plataforma es ahora el doble de esa máxima, hallar las aceleraciones del bloque y la plataforma respecto al marco inercial.

c) Si parten del reposo y la plataforma mide L, ¿al cuánto tiempo se caerá el bloque de la plataforma?

b) g/3, 5g/6
c) $2(L/g)^{1/2}$

15.



Asuma que m_1 y m_2 están deslizando con coeficiente dinámico de fricción μ y que cuerda y poleas son ideales.

a) Elija con claridad orígenes y ejes para los movimientos de m_1, m_2 y m_3. (m_3 desciende solidariamente con el eje de la polea móvil, de modo que pueden ser tratados como un solo cuerpo de masa m_3). Plantee la condición de ligadura y las ecuaciones de movimiento.

b) Halle la tensión T en la cuerda.

$$T = \frac{g\,(1+\mu)}{\dfrac{2}{m_3} + \dfrac{1}{2\,m_1} + \dfrac{1}{2\,m_2}}$$

16. En un experimento fácil de realizar y probablemente bien conocido, se coloca un bloque sobre una hoja de papel que a su vez se encuentra sobre una mesa horizontal. Si se jala con gran rapidez toda la hoja, el bloque se mueve un poco pero alcanza a quedar sobre la mesa sin caerse de ella. Si los coeficientes dinámicos de fricción entre el bloque y el papel y entre el bloque y la mesa son iguales a μ y el bloque se encuentra al inicio a una distancia d del borde de la mesa, ¿cuál es el máximo tiempo de que se dispone para sacar la hoja de papel sin que el bloque se caiga de la mesa? Aplique para $\mu = 0.5$ y $d = 0.10$ m.

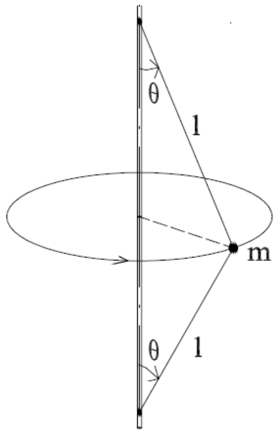
Sugerencia: El movimiento del bloque tiene dos partes. Mientras está en contacto con el papel la fricción dinámica con éste lo acelera. Cuando pasa todo el papel, la fricción dinámica con la mesa frena el bloque.

$$\text{tiempo} \leq 2\sqrt{\frac{d}{\mu\, g}}\,.$$

17. Un disco horizontal rota alrededor de su eje con una frecuencia de 1 Hz. Hallar la máxima distancia al centro del disco a la que puede colocarse un bloque para que no deslice respecto al disco, si el coeficiente estático de fricción entre el bloque y el disco es 0.5. Precise su marco inercial.

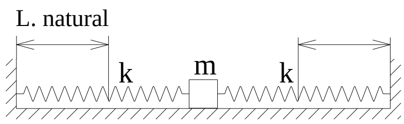
12 cm

18. Una masa m gira en un círculo horizontal con velocidad angular constante ω, sostenida de un eje vertical por dos cuerdas de igual longitud l y ángulos θ con dicho eje. Hallar las tensiones en la cuerdas.



Chequeo: si $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l \cos\theta}}$, la tensión en la cuerda inferior es nula.

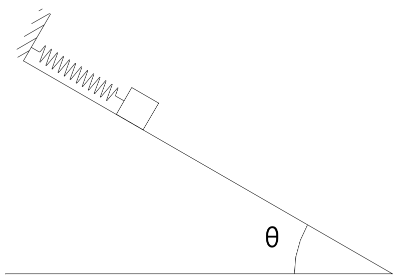
19.



Un bloque se encuentra en una superficie horizontal sujeto a dos resortes iguales, como se muestra. El coeficiente estático de fricción entre el bloque y la superficie es μ. Se llama zona de detención a la región en la que el bloque puede permanecer en reposo en la superficie. Eligiendo un origen en el centro, determine la zona de detención

$$|x| \leq \frac{\mu\, mg}{2k}$$

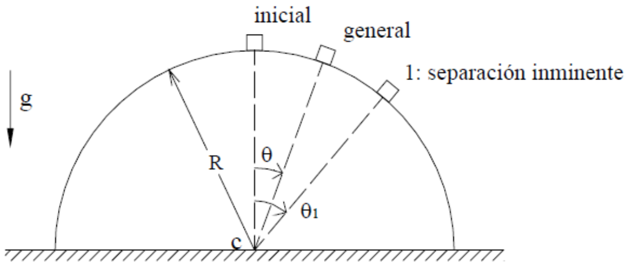
20.



Un resorte de constante k tiene un extremo fijo a la parte superior de un plano inclinado. Al otro extremo está sujeto un bloque de masa m que se suelta desde la longitud natural del resorte y baja deslizando por el plano inclinado liso. Hallar la velocidad del bloque como función de la posición. ¿Cuál es la máxima deformación del resorte? ¿En qué posición adquiere el bloque su máxima velocidad?

en $v_{máxima}$, deformación $= \dfrac{mg \operatorname{sen}\theta}{k}$

21.

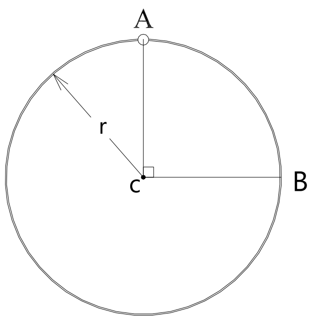


Un pequeño bloque se coloca sobre una superficie circular lisa de radio R. Podría ser bien una superficie esférica o cilíndrica, cuyo corte vertical es el círculo mostrado. Se le da al bloque una pequeñísima velocidad inicial en el punto más alto $(v_o \approx 0)$, de modo que baja deslizando por la superficie. Para la posición 1 en la que se despega de la superficie, hallar el ángulo θ_1 y la velocidad v_1.

$$\cos \theta_1 = 2/3$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\,g\,R}{3}}$$

22. Una pequeña cuenta o bolita perforada de masa m está ensartada en un alambre circular liso de radio r que se encuentra en un plano vertical.

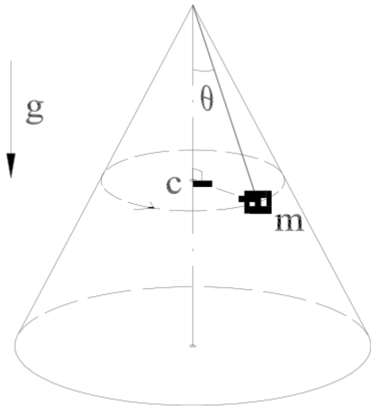


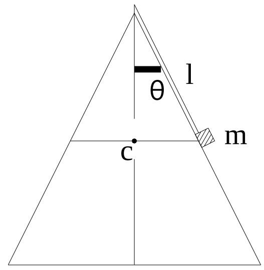
Si la bolita se suelta desde la posición A, calcule la velocidad y la fuerza hecha por el alambre en la posición B.

$$v_B = \sqrt{2\,g\,r}$$

$$F_B = 2\ m\,g \text{ hacia el centro}$$

23.





corte vertical

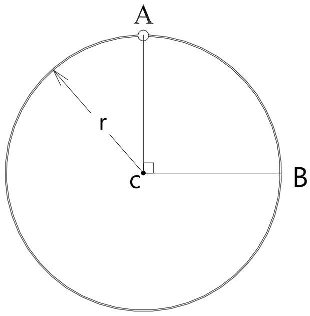
Una partícula de masa m describe un círculo horizontal, apoyada en una superficie cónica lisa y sostenida por una cuerda de longitud $\boldsymbol{l}$. Si la velocidad angular es ω, hallar la tensión en la cuerda y la reacción de la superficie.

Chequeo: si $\omega^2 = \dfrac{g}{\boldsymbol{l}\cos\theta}$ el bloque pierde contacto con la superficie.

24. Un balde con agua gira en forma de péndulo cónico, suspendido del techo por una cuerda de 2 m cuyo ángulo con la vertical es de 30° . Si el balde está goteando, hallar el radio del círculo descrito por las gotas en el piso que está 4 m abajo del techo.

1.90 m

25. Una pequeña cuenta o bolita perforada de masa m está ensartada en un alambre circular liso de radio r que se encuentra en un plano vertical.



Si la bolita se suelta desde la posición A, calcule la velocidad y la fuerza hecha por el alambre en la posición B.

$v_B = \sqrt{2\,g\,r}$

$F_B = 2\ m\,g$ hacia el centro